

Osztatlan matematika tanár szakos (5+1)

zárószigorlati témakörök

1. Számelméleti alapismeretek az egészek körében és a test feletti polinomgyűrűkben, a számelmélet alaptétele.
2. Az egész számok gyűrűjének, a racionális, a valós és a komplex számok testének kiépítése. Műveletek komplex számokkal.
3. A kongruencia fogalma és tulajdonságai, maradékosztályok, Euler–Fermat-tétel. Lineáris és magasabb fokú algebrai kongruenciák (együttható-, modulus- és fokszámredukciók). Lineáris diofantikus egyenletek, pitagoraszi számhármások, Fermat-féle problémakör.
4. A mátrix és a determináns fogalma, alaptulajdonságok, a mátrixok rangszám-tétele, a determináns kifejtése. Laplace tétele. Lineáris egyenletrendszerek, a Gauss-féle módszer, Cramer-szabály, Kronecker–Capelli-tétel. Homogén lineáris egyenletrendszerek.
5. Test feletti vektortér fogalma, vektorok lineáris függősége. Vektorrendszer rangja, generátorrendszer, bázis, dimenzió. Vektorterek lineáris leképezései, a leképezés rangja és magja. A szabadvektor fogalma, műveletek szabadvektorokkal (skaláris, vektoriális és vegyes szorzat).
6. Kombinatorikai alapfogalmak. Binomiális tétel, Pascal-háromszög. Gráfelméleti alapfogalmak. Néhány egyszerű gráfelméleti probléma megfogalmazása (Euler-kör, Hamilton-kör). Fagráfok.
7. Valószínűségi mező definíciója. Klasszikus és geometriai valószínűségi mezők. Feltételes valószínűség, teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel, események függetlensége. Valószínűségi változó, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény, várható érték, szórásnégyzet. A nagy számok törvényei.
8. A geometria axiomatikus felépítésének alapelvei. A sík és a tér transzformációi: a mozgások, egybevágóságok, hasonlósági transzformációk, affin transzformációk csoportja. Transzformációkkal kapcsolatos tételek.
9. Az euklideszi geometria metrikus aspektusai. Tételek távolsága és szöge. Sokszögek és síkidomok területe. Algebrai görbék és felületek, Bézout tételei. A gömb, az egyenes körkúp és az egyenes körhenger síkmetszetei.
10. Halmazelméleti alapismeretek, műveletek halmazokkal. Halmazok számossága. A matematikai logika elemei, következményfogalom, predikátumlogikai fogalmak. A formális axiomatikus elméletek legfontosabb jellemzői.
11. Az algebrai művelet és algebrai struktúrák. Csoport, részcsoporthoz, normálosztó. Ciklikus csoportok tulajdonságai. Külső és belső direkt szorzat, a véges Abel-csoportok alaptétele.
12. Gyűrű, részgyűrű, ideál, oszthatóság integritási tartományban. Alaptételes gyűrű, főideálgyűrű, euklideszi gyűrű, testbővítés, algebrai szám, transzcendens szám. Véges és algebrai bővítés.
13. Valós számsorozatok konvergenciája, valós számsorok. Valós függvények folytonossága és határértéke. A folytonosságra és határértékre vonatkozó alapvető tételek. Hatványsorok és elemi függvények.

14. Egy- és többváltozós függvények differenciálhatósága. Függvényvizsgálat (monotonitás, konvexitás, egy- és többváltozós függvények szélsőértéke).
15. A Riemann-integrál fogalma. Az integrál alapvető tulajdonságai és kiszámítása.
16. Mérhető tér, mértéktér. Külső mérték és az általa generált teljes mértéktér, halmazfüggvényhez tartozó külső mérték, Lebesgue-mérték. Mérhető függvény. Mérhető függvény integrálja és tulajdonságai, majorált konvergenciatétel.
17. Statisztikai mező, minta, tapasztalati eloszlásfüggvény, a statisztika alaptétele. Statisztika fogalma, nevezetes statisztikák. Pontbecslések jellemzői (torzítatlan, hatásos, konzisztens), konfidenciaintervallum. Hipotézis vizsgálatok, egymintás u-próba.
18. Lineáris leképezések tere. Sajátérték, sajátvektor, karakterisztikus polinom, Cayley-Hamilton tétel. Lineáris transzformációk diagonalizálhatósága, Jordan-normálforma. Valós és komplex bilineáris függvények. Euklideszi terek, ortonormált bázis, norma, távolság, szög, Cauchy-Bunyakovszkij-Schwarz-egyenlőtlenség.
19. A görbe differenciálgeometriai értelmezése, a deriváltak geometriai jelentése. Simulókör, simulósík. A görbület és torzió definíciója. A felület differenciálgeometriai értelmezése, a Gauss-görbület definíciója. A felületi pontok osztályozása a Gauss-görbület szerint. A Theorema egregium és következményei.